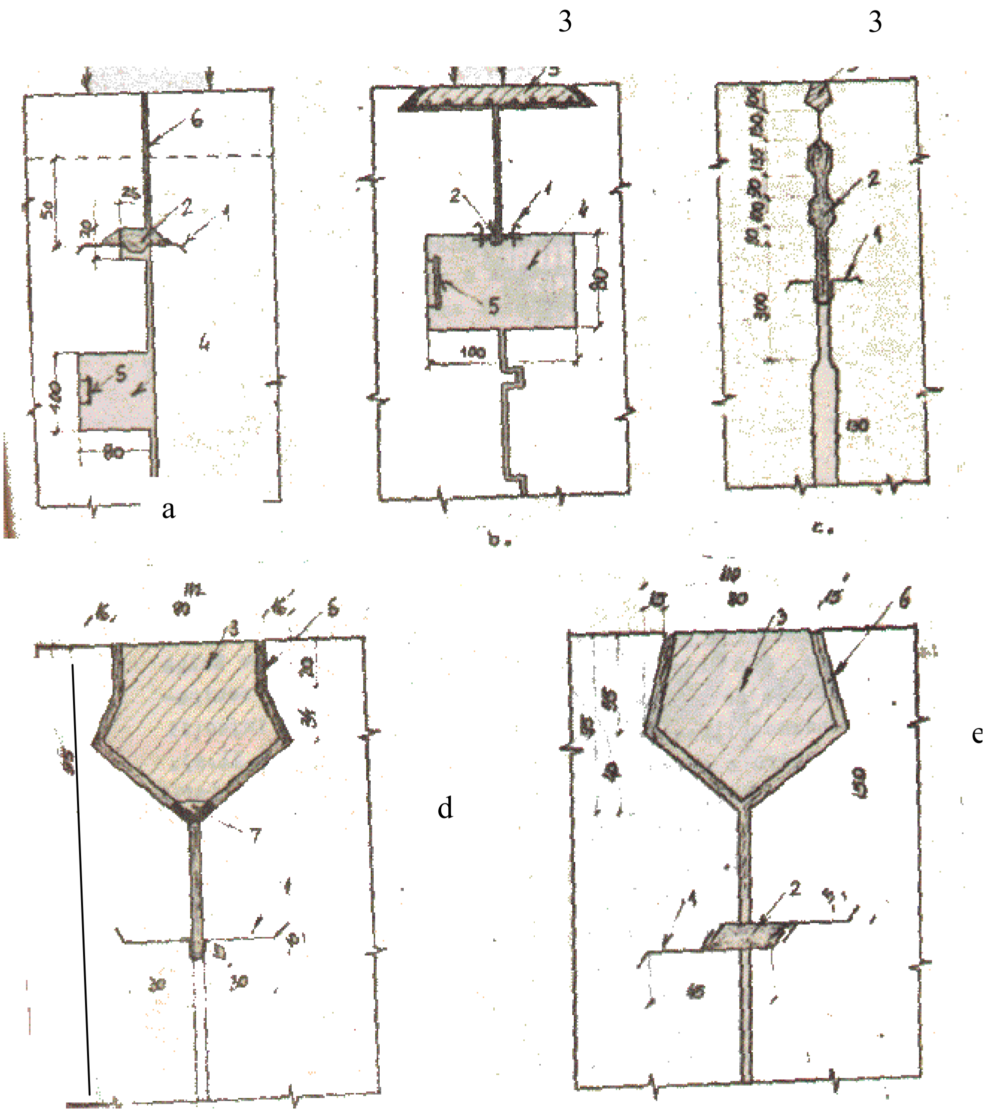


Fig.3.13. Diverse tipuri de rosturi de dilatație şi modul lor de etanşare
a. drepte joantive; b. poligonale joantive; c. duble, lărgite; d,e. cu contur poligonal;
1. tolă de cupru; 2.mastic bituminos; 3. pană de beton armat; 4. puț de vizitare; 5. scară; 6. pânză de iută bitumată; 7. placă de asfalt cu azbest.

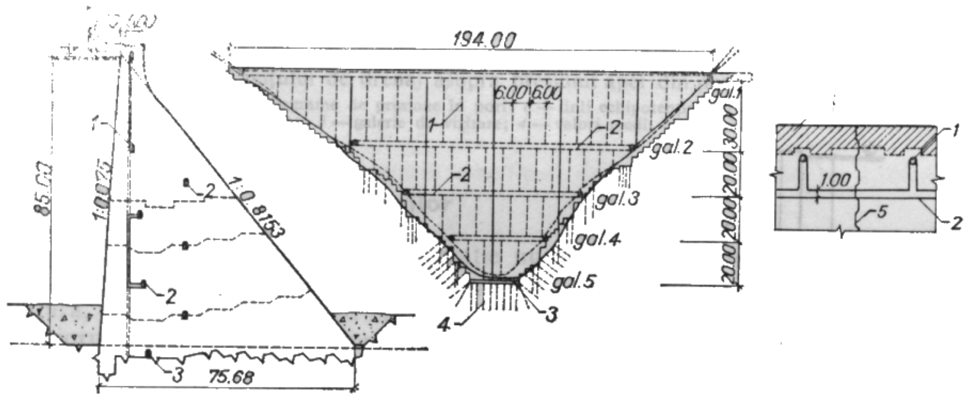
3.3.4. <u>Calculul eforturilor în corpul unui baraj din beton</u>

Calculul static al unui baraj din beton, care presupune determinarea stării de eforturi în orice punct din corpul barajului, se face în mai multe ipoteze şi anume:

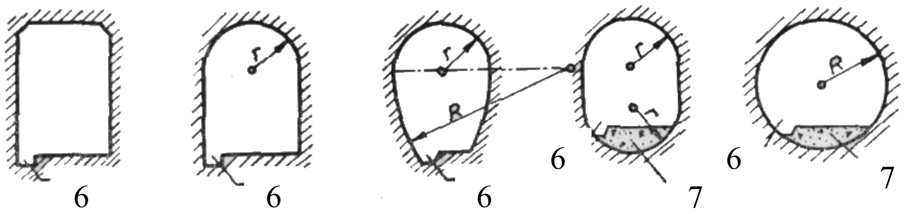
1^0 *Ipoteza de construcție*, în care se presupune că barajul este gata construit, lacul este gol, deci barajul este solicitat doar de forța de greutate proprie F_G şi de forța seismică F_{CG}.

2^0 *Ipoteza de exploatare,* cu două variante:

a. nivel maxim în bieful amonte şi nivel minim în cel aval (diferență maximă între amonte şi aval);
b. nivel maxim atât în bieful amonte, cât şi în cel aval (situația din perioada de viitură, când datorită creşterii subpresiunii barajul este mai puțin stabil).



a



b

Fig. 3.14. Galeriile de vizitare şi drenaj
a. amplasare în corpul barajului; b. forme ale galeriilor.
1. puțuri de drenaj; 2 galerii de vizitare; 3. galeria de injecții
4. voal de etanşare; 5. rost transversal; 6. rigolă; 7. umplutură.

Deoarece corpul barajelor de greutate este împărțit în ploturi independente, fiind omogen din punct de vedere al materialului, starea de eforturi poate fi considerată plană, deci determinarea acestora este suficient să se facă luând o fâşie cu lățimea de 1 m după axul longitudinal al barajului.

Calculul eforturilor se poate realiza în două moduri diferite: folosind metoda elementară sau plecând de la teoria elasticității.

3.3.4.1. <u>Metoda elementară</u>

Prin această metodă se determină eforturile pe cei doi paramenți ai barajului, în orice secțiune situată la adâncimea z față de vârful profilului triunghiular. Într-un punct P(x,z) din interiorul acestei secțiuni, efortul vertical se determină apoi presupunând că între cei doi paramenți aceste eforturi variază liniar. După aspectul acestei diagrame de repartiție a eforturilor verticale metoda elementară mai este cunoscută şi sub denumirea de *metoda trapezelor*.

Eforturile pe cei doi paramenți, în secțiunea aflată la adâncimea z, se calculează cu formula solicitării compuse:

$$\sigma^{z}_{\substack{am\\av}} = \pm\frac{\sum N_z}{A_z} \pm \frac{\sum M_z}{W_z} \qquad (3.27)$$

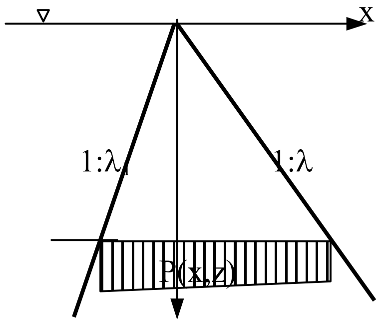
unde:

$\sum N_z$ - este suma forțelor normale (verticale) care acționează barajul în secțiunea situată la adâncimea z;

$\sum M_z$ - este suma momentelor încovoietoare date de aceste forțe față de centrul de greutate al secțiunii sus menționate;

$A_z = (\lambda + \lambda_1)\, z$ - este aria acestei secțiuni;

$W_z = \frac{1}{6}(\lambda + \lambda_1)^2 z^2$ - este modulul de rezistență al secțiunii.



Pentru un profil triunghiular (λ, $\lambda_1 \neq 0$) al barajului, dacă admitem că acesta este solicitat numai de forțele de greutate și cele datorate apei (F_G, F_H^{am}, F_V^{am}, F_S) și se presupune că $h_{av} = 0$, se obține:

- pentru forța de greutate proprie $F_G = \frac{1}{2}\gamma_b(\lambda + \lambda_1)z^2$ cu brațul de pârghie $\frac{1}{2}(\lambda - \lambda_1)z$;
- pentru forța orizontală dată de presiunea hidrostatică $F_H^{am} = \frac{1}{2}\gamma z^2$ cu brațul de pârghie $\frac{1}{3}z$;
- pentru forța verticală dată de presiunea hidrostatică $F_v^{am} = \frac{1}{2}\gamma\lambda_1 z^2$ cu brațul de pârghie $\frac{1}{6}(\lambda_1 + 3\lambda)z$;
- pentru forța de suprapresiune $F_s = \frac{1}{2}m\gamma(\lambda + \lambda_1)z^2$ cu brațul de pârghie $\frac{1}{6}(\lambda + \lambda_1)z$.

Rezultă:

$$\sum N_z = F_G + F_v^{am} - F_S = \frac{1}{2}\left[(\gamma_b - m\gamma)(\lambda + \lambda_1) + \gamma\lambda_1\right]z^2$$

$$\sum M_z = \frac{1}{12}\left[\gamma_b\left(\lambda^2 - \lambda_1^2\right) + \gamma\lambda_1(\lambda_1 + 3\lambda) - m\gamma(\lambda + \lambda_1)^2 - 2\gamma\right]z^3$$

și prin urmare, înlocuind în formula de mai sus, se obține:

$$\sigma^z_{\substack{am\\av}} = \frac{1}{2(\lambda_1 + \lambda)^2}\left\{\begin{array}{l}(\gamma_b - m\gamma)(\lambda + \lambda_1)^2 - \gamma\lambda_1(\lambda + \lambda_1) \pm \\ \pm\left[\gamma_b\left(\lambda^2 - \lambda_1^2\right) + \gamma\lambda_1(\lambda_1 + 3\lambda) - m\gamma(\lambda + \lambda_1)^2 - 2\gamma\right]\end{array}\right\}z \quad (3.28)$$

În ipoteza lacului gol ($\gamma = 0$) se obține:

$$\sigma_{am}^{z} = \frac{\lambda}{\lambda_1 + \lambda}\gamma_b z \qquad \sigma_{av} = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda}\gamma_b z \qquad (3.28')$$

Din relațiile (3.28) și (3.28') se poate constata:

- în cele două ipoteze eforturile verticale sunt proporționale cu adâncimea z sub planul de apă;
- eforturile verticale maxime vor acționa pe talpa de fundație, unde $z = H_c$.

În cazul barajului cu parament amonte vertical ($\lambda_1 = 0$) eforturile respective devin:

- la lac plin: $\sigma_{am}^{z} = \left[(\gamma_b - m\gamma) - \frac{\gamma}{\lambda^2}\right] z$; $\sigma_{av}^{z} = \frac{\gamma}{\lambda^2} z$ (3.28'');

- la lac gol $\sigma_{am}^{z} = \gamma_b z$; $\sigma_{av}^{z} = 0$ (3.28''')

constatările de mai sus rămânând valabile.

În final, în conformitate cu legea de distribuție menționată mai sus, efortul unitar normal în punctul P(x,z) poate fi calculat cu relația:

$$\sigma_{x}^{z} = \sigma_{av}^{z} + \frac{(\lambda z - x)}{\lambda + \lambda_1}\left(\sigma_{am}^{z} - \sigma_{av}^{z}\right) \qquad (3.29)$$

3.3.4.2. Calculul eforturilor pe baza teoriei elasticității

Calculul eforturilor pe baza teoriei elasticității este un calcul mai riguros și permite determinarea eforturilor nu numai pe paramenți, ci în orice punct din interiorul profilului.

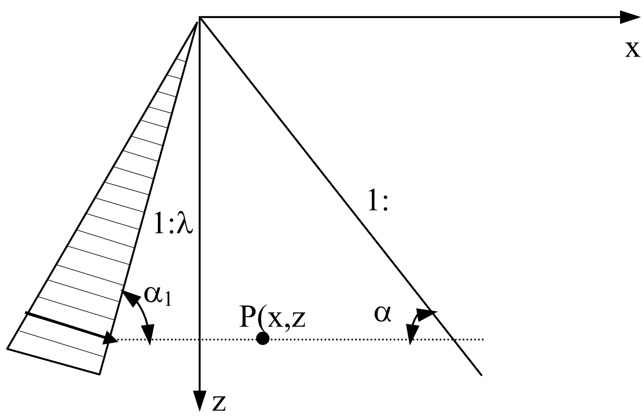
În teoria elasticității se fac următoarele ipoteze simplificatoare:

- materialul este omogen și izotrop (proprietățile sunt aceleași în orice punct);
- în tot volumul barajului materialul este continuu (caracterul de monolit);
- în limitele eforturilor și ale deformațiilor posibile în corpul barajului este valabilă legea lui Hooke.

În cele ce urmează se analizează starea plană de eforturi (din planul secțiunii transversale) și nu se ține seama de variația eforturilor pe direcția perpendiculară pe acest plan (axa Oy).

Analizând un profil triunghiular cu paramentul amonte înclinat (ca în figura de mai jos) se constată următoarele:

- în lungul paramentului amonte presiunea hidrostatică variază proporțional cu distanța z de la vârful O;
- eforturile normale pe parament, egale și de sens contrar cu presiunea, vor fi și ele proporționale cu z;



- în lungul paramentului aval, eforturile normale pe parament sunt nule, reprezentând deci un caz particular de proporționalitate cu z;
- eforturile provenite din greutatea proprie variază de asemenea proporțional cu z.

Rezultă că atât presiunile exterioare, cât şi eforturile din corpul barajului sunt funcţii liniare de distanța la vârful O al profilului, respectiv de coordonatele curente ale punctului P(x,z). În consecinţă, dacă σ_x şi σ_z sunt eforturile normale orizontale şi verticale, iar τ este efortul tangenţial în punctul P(x,z), ele se pot exprima sub forma:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= a_1x + b_1z\\ \sigma_z &= a_2x + b_2z\\ \tau &= a_3x + b_3z\end{aligned} \qquad (3.30)$$

Pentru determinarea coeficienţilor a_1,........b_3 se folosesc următoarele condiţii:

- ecuaţiile de echilibru (Cauchy) ale unui element plan infinitezimal din corpul barajului

$$\begin{aligned}\frac{\partial\sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial\tau}{\partial z} &= X\\ \frac{\partial\sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial\tau}{\partial x} &= Z\end{aligned} \qquad (3.31)$$

în care X şi Z sunt componentele forţei masice pe unitatea de volum;

- condiţiile de echilibru la limită (adică pe cei doi paramenţi) ale unui element infinit mic de volum. Dacă cele două elemente infinit mici (aferente paramentului amonte şi respectiv aval) au forma triunghiulară ca în figura de mai jos, considerând ariile $A_1C_1 = 1$ şi $AC = 1$, ca fiind egale cu unitatea, se obţin imediat ariile celorlalte feţe $A_1B_1 = \sin\alpha_1$, $B_1C_1 = \cos\alpha_1$, $AB = \sin\alpha$, $BC = \cos\alpha$.

Ecuaţiile de echilibru, pe orizontală şi pe verticală, ale acestor elemente, sub acţiunea eforturilor de pe figură vor fi:

Amonte - orizontal $\Rightarrow$ $p\cdot 1\cdot\sin\alpha_1 = \sigma_x\sin\alpha_1 + \tau\cos\alpha_1$

- vertical $\Rightarrow$ $p\cdot 1\cdot\cos\alpha_1 = \sigma_z\cos\alpha_1 + \tau\sin\alpha_1$

Dacă se împart cele două ecuaţii cu $\sin\alpha_1$ şi se ţine seama că pe paramentul amonte $\frac{\cos\alpha_1}{\sin\alpha_1} = \lambda_1$ se obţine:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= p - \tau\cdot\lambda_1\\ \tau &= (p - \sigma_z)\,\lambda_1\end{aligned} \qquad (3.32)$$

Aval - orizontal $\Rightarrow$ $\sigma_x\sin\alpha - \tau\cos\alpha = 0$

- vertical $\Rightarrow$ $\tau\sin\alpha - \sigma_z\cos\alpha = 0$

De unde în acelaşi mod, deoarece $\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \lambda$, se găseşte

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \tau\lambda\\ \tau &= \sigma_z\lambda\end{aligned} \qquad (3.33)$$

Dacă în (3.31) se ţine seama că forța masică este chiar greutatea proprie, deci $X = 0$ şi $Z = \gamma_b$, şi se folosesc relaţiile (3.30), obţinem:

$$\begin{aligned}a_1 + b_3 &= 0 \quad \text{deci} \quad b_3 = -a_1\\ b_2 + a_3 &= \gamma_b \quad\quad\quad\; a_3 = \gamma_b - b_2\end{aligned} \qquad (3.34)$$

Din (3.32), (3.33) şi (3.34), folosind (3.30), se găseşte următorul sistem de ecuaţii:

$$\left.\begin{aligned}a_1x + b_1z &= p - (a_3x + b_3z)\cdot\lambda_1\\ a_3x + b_3z &= (p - a_2x - b_2z)\cdot\lambda_1\end{aligned}\right\} \quad \text{amonte}$$

$$a_1x + b_1z = (a_3x + b_3z)\cdot\lambda$$
$$a_3x + b_3z = (a_2x + b_2z)\cdot\lambda$$ aval
$$b_3 = - a_1$$
$$a_3 = \gamma_b - b_2$$

Împărțim primele patru ecuații de mai sus cu z şi ținem seama că $\frac{p}{z} = \gamma$, pe paramentul amonte $\frac{x}{z} = \cot g\alpha_1 = \lambda_1$, iar pe cel aval $\frac{x}{z} = \cot g\alpha = \lambda$.

Se obține sistemul următor de şase ecuații în care necunoscutele sunt cei şase coeficienți din relațiile (3.30) a_1, b_1, ...b_3:

$$\begin{aligned}
&a_1\lambda_1 + b_1 = \gamma - \lambda_1 (a_3 \lambda_1 + b_3)\\
&a_3\lambda_1 + b_3 = (\gamma - a_2 \lambda_1 - b_2) \lambda_1\\
&a_1\lambda + b_1 = \lambda (a_3 \lambda + b_3)\\
&a_3\lambda + b_3 = \lambda (a_2 \lambda + b_2)\\
&b_3 = - a_1\\
&a_3 = \gamma_b - b_2
\end{aligned} \qquad (3.35)$$

Rezolvând acest sistem de ecuații se obțin primii doi termeni din relațiile (3.36), care reprezintă contribuția forței de greutate proprie (primul termen) şi a celei de presiune hidrostatică (al doilea termen). Deoarece forța de subpresiune nu este o forță masică, ea nu a putut fi luată în considerare în teoria elasticității. De influența subpresiunii asupra eforturilor respective s-a calculat prin metoda elementară, folosind variația liniară a eforturilor între cei doi paramenți, fiind reprezentată de cel de al treilea termen al relațiilor (3.36)

$$\begin{aligned}
a_1 &= \gamma_b \frac{\lambda\lambda_1(\lambda - \lambda_1)}{(\lambda + \lambda_1)^2} - \gamma \frac{\lambda\lambda_1(2 - \lambda\lambda_1 + \lambda^2)}{(\lambda + \lambda_1)^3} + m\gamma \frac{\lambda_1^2}{\lambda + \lambda_1}\\
b_1 &= \gamma_b \frac{2\cdot\lambda^2\lambda_1^2}{(\lambda + \lambda_1)^2} + \gamma \frac{\lambda^2(\lambda + 3\lambda_1^2 - 2\lambda\lambda_1^2)}{(\lambda + \lambda_1)^3} - m\gamma \frac{\lambda\lambda_1^2}{\lambda + \lambda_1}\\
a_2 &= \gamma_b \frac{(\lambda_1 - \lambda)}{(\lambda + \lambda_1)^2} + \gamma \frac{(2 - 3\lambda\lambda_1 + \lambda_1^2)}{(\lambda + \lambda_1)^3} + m\gamma \frac{1}{\lambda + \lambda_1}\\
b_2 &= \gamma_b \frac{(\lambda^2 + \lambda_1^2)}{(\lambda + \lambda_1)^2} - \gamma \frac{(\lambda - \lambda_1 - 2\lambda^2\lambda_1)}{(\lambda + \lambda_1)^3} - m\gamma \frac{\lambda}{\lambda + \lambda_1}\\
a_3 &= \gamma_b - b_2 - \frac{m\gamma\lambda_1}{\lambda + \lambda_1}\\
b_3 &= -a_1 + \frac{m\gamma\lambda\lambda_1}{\lambda + \lambda_1}
\end{aligned} \qquad (3.36)$$

Valorile coeficienților a_1, a_2, ...b_3 se pot particulariza:

- lac gol, ambii paramenți înclinați ($\gamma = 0$; λ, $\lambda_1 \neq 0$)

$$\begin{aligned}
a_1 &= \gamma_b \frac{\lambda\lambda_1(\lambda - \lambda_1)}{(\lambda + \lambda_1)^2} & b_1 &= \gamma_b \frac{2\lambda^2\lambda_1^2}{(\lambda + \lambda_1)^2}\\
a_2 &= \gamma_b \frac{(\lambda_1 - \lambda)}{(\lambda + \lambda_1)^2} & b_2 &= \gamma_b \frac{(\lambda^2 + \lambda_1^2)}{(\lambda + \lambda_1)^2}\\
a_3 &= \gamma_b \frac{2\lambda\lambda_1}{(\lambda + \lambda_1)^2} & b_3 &= \gamma_b \frac{\lambda\lambda_1(\lambda_1 - \lambda)}{(\lambda + \lambda_1)^2}
\end{aligned} \qquad (3.36')$$

- lac plin, parament amonte vertical ($\lambda_1 = 0$)

$a_1 = 0;$ $\quad a_2 = \frac{1}{\lambda}\left(\frac{2\gamma}{\lambda^2} - \gamma_b + m\gamma\right);$ $\quad a_3 = \frac{\gamma}{\lambda^2}$ $\quad$ (3.36'')

$b_1 = \gamma$ $\quad b_2 = \gamma_b - m\gamma - \frac{\gamma}{\lambda^2};$ $\quad b_3 = 0$

- lac gol (γ), parament amonte vertical ($\lambda_1 = 0$)

$a_1 = 0;$ $\quad a_2 = -\frac{\gamma_b}{\lambda};$ $\quad a_3 = 0$

$b_1 = 0;$ $\quad b_2 = \gamma_b;$ $\quad b_3 = 0$ $\quad$ (3.36''')

3.3.4.3. Eforturi principale

Eforturile σ_x, σ_z şi τ, calculate mai sus, nu reprezintă valorile maxime care acţionează într-un punct din corpul barajului.

Eforturile maxime sau minime, denumite eforturi principale, acţionează după direcţii diferite de ale axelor, numite direcţii principale. Direcţiile principale ale eforturilor normale sunt ortogonale între ele, iar de-a lungul lor eforturile de alunecare τ sunt nule. Eforturile maxime de alunecare sunt orientate la 45^0 faţă de direcţiile principale.

Într-un punct P(x,y), pe lângă eforturile σ_x, σ_z şi τ, există şi eforturile principale σ_1, σ_2 şi τ_m, ale căror expresii se cunosc de la rezistenţa materialelor:

$$\sigma_{1,2} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_z) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau^2}$$

$$\tau_m = \pm\frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau^2} \qquad (3.37)$$

Cu ajutorul relaţiilor (3.30), (3.36) şi (3.37) se pot astfel calcula în orice punct P(x,z) atât eforturile normale σ_x, σ_z, τ, cât şi eforturile principale σ_1, σ_2 şi τ_m.

La un baraj de greutate se constată că direcţiile celor doi paramenţi, respectiv cele normale pe acestea, sunt direcţii principale, deoarece de-a lungul lor eforturile de alunecare sunt nule.

Valorile eforturilor principale pe paramenţi se pot determina scriind echilibrul pe orizontală şi pe verticală a două elemente infinitezimale luate pe cei doi paramenţi, ca în figură.